FEDERIGO ENRIQUES

IL PRINCIPIO DI RAGION SUFFICIENTE

NELLA

COSTRUZIONE SCIENTIFICA

Estratto dalla Rivista di Scienza "Scientia,,
Vol. V, Anno III (1909), N. IX - 1

FEDERIGO ENRIQUES

IL PRINCIPIO DI RAGION SUFFICIENTE

NELLA

COSTRUZIONE SCIENTIFICA

Estratto dalla Rivista di Scienza "Scientia,,
Vol. V, Anno III (1909), N. IX - 1

BOLOGNA
NICOLA ZANICHELLI

LONDON
WILLIAMS AND NORGATE

PARIS
FÉLIX ALCAN

LEIPZIG
WILHELM ENGELMANN

1. Introduzione storica.

In più scritti del Leibniz si ritrova, press' a poco colle stesse parole, l' enunciato del principio di ragion sufficiente; citiamo, p. es., il passo seguente della *Monadologia* (§ 32): « aucun fait ne saurait se trouver vrai ou existant, aucune énontiation véritable, sans qu'il y ait une raison suffisante pourquoi il en est ainsi et non pas autrement, quoique ces raisons le plus souvent ne puissent point nous être connues » [1].

Questo principio appariva al suo autore, ad un tempo come logico e metafisico; infatti da una parte egli lo deduceva dal criterio fondamentale « praedicatum inest subiecto » [2], dall' altra lo riattaccava al concetto della saggezza divina i cui disegni, scrutati al lume della ragione, dovevano rivelarsi a priori a « celui qui connoîtroit assez les choses » (Erd. pag. 716).

L' idea apertamente dichiarata dal Leibniz sembra dunque esser questa: Dio ha costruito il mondo secondo un concetto razionale, che è il migliore fra tutti i possibili, tale cioè da appagare meglio di qualunque altro immaginabile una mente simile alla mente umana capace di penetrare i particolari della costruzione; perciò a questa mente tutte le verità, anche le contingenti, debbono apparire necessarie come le verità della Logica, dell' Aritmetica e della Geometria che si basano sopra una evidente connessione d' idee.

Una fiducia piena nel ragionamento ispirava, come si vede, le convinzioni del filosofo; egli non dubitava di aver

[1] G. W. Leibniz, *Opera philosophica*. Ed. Erdmann, pag. 707.

[2] Lettera a Arnaud (Giugno 1686) *Philosophische Schriften*. Ed. Gerhardt, Bd. II, pag. 56 « Il faut toujours qu'il y ait quelque fondement de la connexion des termes d'une proposition qui se doit trouver dans leurs notions ».

trovato il fondamento vero della Metafisica che, grazie al principio di ragion sufficiente (e all' identità degli indiscernibili che se ne deduce [1]) poteva ormai costituirsi come scienza reale e dimostrativa [2].

Per comprendere queste vedute, in ciò che ne costituisce il significato ed il valore proprio, occorre riferirsi all' elaborazione della Meccanica che aveva luogo in quel momento storico, e che il Leibniz (come il Descartes) aveva in vista di costituire sopra il modello della Geometria. A questo titolo si può addurre come citazione significativa il passo della seconda lettera a Clarke (Erd. 748), dove è detto che Archimede ebbe già ad impiegare il principio di ragion sufficiente in un caso particolare, postulando che una bilancia caricata con pesi uguali deve essere in equilibrio, perchè non vi è ragione che scenda da una parte piuttosto che dall' altra. Alla qual citazione si può aggiungere il richiamo di altre leggi meccaniche che, in altri scritti, il Leibniz stesso giustifica a priori come conseguenze del principio di ragione: la conservazione della forza totale (forza viva), l' uguaglianza della reazione all' azione ecc.

Da tali considerazioni scaturisce, a nostro avviso, una comprensione più chiara del principio leibniziano; si tratta di una veduta attinente all' edificio della Meccanica, che nel concetto dell' autore assumeva un generale significato scientifico e filosofico.

Il Wolff, in due capitoli dell' « Ontologia » [3] tratta del principio di contraddizione e del principio di ragion sufficiente; egli enuncia che « Nihil est sine ratione sufficiente cur potius sit, quam non sit, hoc est, si aliquid esse ponitur, ponendum etiam est aliquid, unde intelligitur, cur idem potius sit, quam non sit » (970), e pretende dedurre questo enunciato dal principio di contraddizione, in base a ciò che « il niente non contiene la ragione perchè qualcosa sia ».

Fra le osservazioni aggiunte riferiamo la seguente (971): Il « nihil esse sine causa » degli scolastici differisce dal principio di ragion sufficiente. Così p. es. l' attrazione introdotta come causa dell' avvicinarsi del ferro ad un magnete è una

[1] 5ª lettera a Clarke, ed. Erd. 765.

[2] 4ª lettera a Clarke, ed. Erd. 755.

[3] *Philosophia prima sive Ontologia*, Francof. e Lipsia, 1730.

causa, ma occorre una ragione che renda intelligibile la stessa attrazione. Invece — secondo Wolff stesso — il principio di Descartes « Nulla res existit de qua non possit quaeri quonam sit ratio cur existat » coincide col principio di ragion sufficiente, sebbene il critico ritenga che, nelle applicazioni, Descartes, a differenza di Leibniz, abbia confuso la ragione colla causa.

Per quanto precede crediamo interpretare il pensiero di Leibniz e di Wolff, dicendo che il principio di ragion sufficiente esprime un postulato d'intelligibilità del reale, per cui l'univoca determinazione dei fenomeni per mezzo delle cause si traduce in una determinazione per mezzo di rapporti concettuali evidenti.

Questa interpretazione appare anche conforme alla veduta del Crusius [1], il quale opina che il principio leibniziano consista nell'univoca determinazione dell'accadere per mezzo delle cause (ragion determinante, pag. 78), dove le cause sono concepite — non nella loro essenza obiettiva — ma dai loro contrassegni nella mente umana, pei quali si rende comprensibile l'univocità degli effetti (pag. 140, 141).

Ora, esaminando più da vicino l'uso che già dal Leibniz stesso si fece del principio di ragione nel campo scientifico, si è condotti a distinguere un senso più generale e un senso più speciale di quello:

1) nell'esempio della bilancia di Archimede, e in genere nei postulati di simmetria, è implicato il principio generale che la rappresentazione scientifica della realtà debba rispecchiare l'univocità del determinismo fenomenico;

2) nell'esempio relativo alla conservazione della forza viva, si aggiunge l'idea più speciale che il rapporto fra cause ed effetti possa venir rappresentato con un'uguaglianza; è il principio scolastico « causa aequat effectum ».

Questa veduta particolare, illustrata in modo suggestivo in un recente libro di grande importanza del Mayerson [2], è in rapporto colla esigenza fondamentale per una rappresen-

[1] C. A. Crusii, *Ausführliche Abhandlung von dem rechten Gebrauche und der Einschränkung des sogenannten Satzes vom Zureichenden oder besser Determinirenden Grunde.* Trad. dal latino di C. F. Krausen. Lipsia, I. C. Langenheim, 1766.

[2] *Identité et réalité*, Paris, Alcan, 1908.

tazione logica della realtà, che si trovino nel variabile i dati costanti « gl' invarianti reali » suscettibili di esser presi come soggetto del ragionamento [1].

La letteratura dell'argomento, nel campo della Filosofia strettamente intesa, non si arresta agli scritti citati; ma ciò che segue ha, dal nostro punto di vista, scarso interesse, perchè lo sviluppo delle idee prosegue in senso formalistico, fuori della costruzione scientifica. Il Crusius (op. c.) sottoponendo ad un'analisi sottile i diversi significati della formula leibniziana e le differenze introdotte nella formula wolfiana, riesce infine ad una serie di distinzioni critiche (fra causa e ragione, causa dell'accadere e dell'essere ecc.) che dovrebbero portar lume nell'uso del linguaggio, ma che furono interpretate piuttosto come una *classificazione delle relazioni determinanti.* E, partendo da questa, lo sviluppo ulteriore della questione nella filosofia romantica fa perdere di vista ognor più il significato proprio del principio di ragion sufficiente e i positivi interessi scientifici che vi si collegano.

In un sol punto appare serbato il contatto colla veduta originaria del Leibniz. Per tutti i filosofi posteriori della scuola classica, il principio di ragion sufficiente contiene la giustificazione a priori dei principii della Meccanica.

È vero che la critica kantiana, mutò il significato dei giudizii a priori, nei quali, anzichè scorgere la rivelazione innata di una necessità obiettiva, vide un' espressione della funzione psichica del soggetto (un dato della struttura del pensiero); ma non pertanto ritenne che essi attingano valore obiettivo dalla possibilità dell'esperienza, di cui rappresentano il presupposto necessario. (Kant conchiuse illegittimamente dal fatto di una Scienza formata alla possibilità *assoluta* del razionalismo sperimentale).

Così lo Schopenhauer, nel suo noto scritto « Ueber die werfache Wurzel des Satzes vom zureichenden Grunde », riprendeva l'infelice tentativo di dimostrare il principio di inerzia, presentandolo come l'espressione invertita del principio di causalità (cap. IV, § 20, V).

[1] Cfr. F. Enriques, *Problemi della Scienza*, III B 1125-28. Bologna, Zanichelli, 1906.

I tentativi di Leibniz e Wolff di giustificare logicamente il principio di ragion sufficiente possono spiegarsi come tentativi di dedurre il principio generale 1) da un postulato più particolare corrispondente all'idea 2).

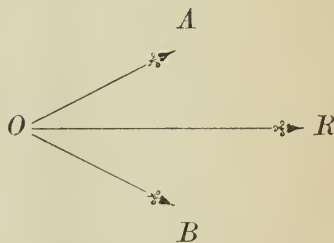
Invece tra i cultori della Scienza si è fatta strada sempre più l'opinione che i principii evidenti della Geometria e della Meccanica esprimano il risultato di esperienze elementari, in parte inconsce, sicchè pare che il principio di ragion sufficiente perda ogni funzione ed ogni significato proprio in ordine all' acquisto delle conoscenze. Ma la critica colpisce soltanto i modi tradizionali d' interpretazione di quel principio, conservatici dalla filosofia romantica.

Ora, da queste premesse storiche assorgendo al punto di vista che interessa il filosofo, nasce il problema di sapere se qualche elemento fattivo contenuto nel principio leibniziano della ragion sufficiente, possa ritrovarsi nello sviluppo della Scienza, e quindi se il principio stesso abbia una funzione e un valore per cui risulti definito nel suo significato positivo.

A questa ricerca appunto ci rivolgiamo coll' esame di una serie di esempii, incominciando da qualche caso attinente ai fondamenti della Meccanica [1].

2. Composizione delle forze.

Un primo caso istruttivo, pertinente alla composizione delle forze, ricorre negli sviluppi di D' Alembert e Poisson, tendenti ad una costruzione razionale della Statica.

Abbiansi due forze uguali agenti sopra un punto materiale O, e sieno OA, OB i vettori che le rappresentano. Ammesso che le due forze si compongano in una resultante determinata OR, si è indotti ad affermare a priori che OR biseca l' angolo convesso AOB o il suo opposto al vertice, poichè ad ogni altra posizione di OR corrisponderebbe una posizione simmetrica, ottenuta con una rotazione della figura attorno alla bisettrice suddetta, che scambi fra loro A e B;

[1] Le conclusioni a cui giungiamo sono pienamente conformi allo spirito del positivismo critico che abbiamo spiegato nella nostra opera citata, e nella specie analoghe a quelle cui ci ha condotto l' analisi psicologica dei postulati della Geometria (« Rivista filosofica » di Pavia, 1901).

il giudizio, che anticipa per tal modo il resultato dell' esperienza, si esprime dicendo non esservi *ragione* perchè la resultante delle forze OA, OB debba essere rappresentata da un vettore OR piuttosto che dal suo simmetrico.

Indagando più da vicino questo argomento, si riconosce in esso l' ipotesi seguente:

La figura costituita dai due vettori OA, OB rappresenta a tutti gli effetti le due forze simultanee applicate in O, per modo che la resultante (unica) di queste è rappresentata da un vettore che viene determinato univocamente dalle sue relazioni geometriche con quella figura.

Come conseguenza di tale ipotesi: se si hanno due coppie di forze rappresentate rispettivamente dai vettori OA, OB e $O'A'$, $O'B'$, e se i triangoli AOB e $A'O'B'$ sono uguali, anche i vettori resultanti delle due coppie formano rispettivamente con AOB ed $A'O'B'$ figure uguali.

Abbiamo considerato l'affermazione precedente come una ipotesi, la quale, anzichè essere confermata, potrebbe essere negata dall' esperienza. Si può facilmente persuadersi della giustezza di questo modo di vedere; si rifletta, p. es., al caso in cui, essendo $OA = OB$, le due forze sieno determinate fisicamente da due poli magnetici di nome contrario agenti sopra una piccola massa di ferro posta in O; in tal caso mentre la figura geometrica AOB è simmetrica rispetto alla bisettrice dell' angolo in O, la figura fisica non gode della stessa simmetria, e perciò non è affatto chiaro a priori che sia lecito considerarla come simmetrica nei riguardi della determinazione statica che si ha in vista.

3. Riflessioni critiche.

Nell' esempio precedente vediamo già disegnarsi, sia pure in un caso particolare, l' ufficio del principio di ragion sufficiente.

Non si tratta già di un' anticipazione a priori dell' esperienza; le previsioni ch' esso ci induce ad ammettere potrebbero nella realtà non resultare verificate; ma in tal caso noi dovremmo modificare la rappresentazione geometrica adottata. Questa si paleserebbe non adeguata ai fenomeni perchè taluni elementi e rapporti fisici dati, che non sono sostituibili fra loro, verrebbero espressi mediante elementi e rapporti geome-

trici che concepiamo come eguali. Pertanto il principio di ragion sufficiente ci appare qui una regola della costruzione scientifica: i rapporti di eguaglianza inerenti ai concetti rappresentativi debbono corrispondere a rapporti fisici sostituibili per riguardo all' effetto previsto; in altri termini, il processo d'astrazione che ci conduce dalla realtà fenomenica ai concetti, non può trascurare le differenze modificanti la previsione richiesta.

4. Il principio di simmetria di Curie.

È ben vero che il principio di simmetria, sopra espresso nella composizione delle forze, potrebbe enunciarsi in una forma più generale che, in apparenza almeno, non dipende dalla scelta di alcuna rappresentazione particolare.

Riscontriamo appunto una tal forma di enunciato negli studii di Fisica dei cristalli di P. Curie [1]:

« Lorsque certaines causes produisent certains effets, les éléments de symétrie des causes doivent se retrouver dans les effets produits.

« Lorsque certains effets révèlent une certaine dissymétrie, cette dissymétrie doit se retrouver dans les causes qui leur ont donné naissance.

« La réciproque de ces deux propositions n'est pas vraie, au moins pratiquement, c'est à dire que les effets peuvent être plus symétriques que les causes ».

Come si spiega un principio così concepito nell' opera di un fisico?

Curie, in seguito a lunghi studii sui cristalli, aveva rilevato l' insufficienza delle leggi di simmetria dove interviene soltanto la simmetria della materia; così egli era stato condotto a tener conto della simmetria degli agenti fisici e in ispecie a caratterizzare la simmetria che deve essere attribuita al sistema dei vettori rappresentante lo stato elettrico e lo stato magnetico di un mezzo cristallino.

Pertanto la legge di simmetria fu praticamente adoperata da Curie in due sensi diversi, che corrispondono alle interpretazioni seguenti:

[1] *Oeuvres* de PIERRE CURIE, publication de la Société française de Physique (ed. Gauthiers Villars). Cfr. Préface de Madame Curie « Revue du Mois », 10 Avril 1908.

1ª Se si ritiene che le « cause » e gli « effetti » sieno sufficientemente rappresentati da certi vettori, l'espressione concettuale del determinismo fenomenico (cioè la possibilità di una *previsione teorica*) importa che le relazioni (spaziali e temporali) fra i vettori-cause e i vettori-effetti permettano di determinare univocamente questi in funzione di quelli. Ora se i vettori-cause possono essere scambiati fra loro mediante una simmetria, la medesima operazione deve ricondurre in se stesso il sistema dei vettori-effetti, altrimenti questo sarebbe suscettibile di diverse determinazioni. Dunque la simmetria dei primi vettori deve portare di conseguenza la simmetria dei secondi, *essendosi già supposto che la rappresentazione vettoriale sia adeguata al processo fenomenico.*

2ª Se invece si ritiene di non conoscere sufficientemente le cause di un certo stato fisico, il principio di Curie appare come una guida nella ricerca di quegli elementi *notevoli* che crediamo potere assumere come cause.

Si tratta a tal fine di scegliere fra i dati d'osservazione che precedono lo stato-effetto, alcuni dati, per modo che dalla conoscenza di questi si desuma univocamente la previsione di quello. Ebbene, la previsione domandata sarebbe impossibile se ad una simmetria dei dati che intendiamo assumere come cause non corrispondesse la simmetria degli elementi che caratterizzano lo stato-effetto.

Pertanto il principio di Curie, che nel primo caso serviva a dedurre una conseguenza dall' ipotetica validità di una rappresentazione causale, ci porge qui un *criterio per la possibilità di una tale rappresentazione.*

Tuttavia se le anzidette interpretazioni (che ci riconducono al punto di vista del § 3) rispecchiano l' uso pratico che Curie fece della sua legge di simmetria nello studio dei mezzi cristallini, il significato filosofico che l' autore attribuiva a codesta legge potrebbe presumersi diverso.

Soprattutto la terza parte dell' enunciato precedente lascia pensare che Curie non fosse giunto al concetto critico della causalità che implica una scelta fra gli antecedenti *notevoli* del fenomeno-effetto.

Se si concepisce — in senso rigoroso — una corrispondenza ben determinata dalle cause agli effetti, la legge di simmetria di Curie può apparire come un principio sintetico a priori, cioè come un' anticipazione dell' esperienza.

Ma è facile convincersi che questo modo d'interpretazione è puramente illusorio; e basta a tale scopo riflettere che — secondo il concetto assoluto, metafisico, della causalità — ogni variazione in una qualsiasi parte dell'universo fenomenico ci appare legata con tutte le altre.

Per dare un senso a priori alla legge di simmetria di Curie, dovremmo dunque attribuirle il significato seguente:

3ª Esistono processi fisici in cui *tutti gli elementi osservabili* in rapporto con un certo stato iniziale presentano una determinata simmetria; allora uno stato successivo presenterà ugualmente la medesima simmetria.

Ma l'ipotesi contenuta in questa proposizione è priva di senso, perchè a priori si possono pensare, in rapporto ad uno stato fisico qualsiasi, dei dati di osservazione che non soddisfino a simmetria alcuna. In due modi si perviene a questa conclusione che può sembrare a prima vista paradossale: in primo luogo tutti i fenomeni osservati sopra la terra, e in un dato luogo di questa, presentano relazioni dissimetriche col circostante pianeta, col sistema solare e coll'universo astronomico; in secondo luogo una qualsiasi sostanza che si presenti sensibilmente come dotata di omogeneità o di una certa simmetria, si palesa spesso eterogenea ed asimmetrica ad un esame microscopico più minuto, e spesso ancora accade che, in un mezzo dove i nostri istrumenti di osservazione non sono riesciti a scoprire una dissimetria, questa s'imponga a noi come un'ipotesi, proprio perchè ad essa abbiamo bisogno di ricollegare uno stato successivo asimmetrico che ci appare determinato da quel mezzo.

Dunque la legge di simmetria di Curie (espressione assai generale del principio di ragion sufficiente) non può significare nulla di più che una norma nella scelta dei dati assunti come cause, un criterio di controllo delle teorie fisiche subordinate ad una rappresentazione spaziale.

5. Stereochimica.

Che il principio di ragion sufficiente funga piuttosto come criterio di controllo di una rappresentazione ipotetica che come un modo di svolgere le conseguenze contenute nell'ipotesi, appare sopratutto in quei casi dove una rappresentazione provvisoriamente adottata della realtà, ha dovuto essere modi-

ficata in seguito a nuove resultanze di fatto. A questo proposito un esempio interessante ci è offerto dalla Stereochimica di Van't Hoff.

Consideriamo per semplicità un composto organico, come è, p. es., l'acido lattico, dove un atomo di carbonio (tetravalente) sia saturato da quattro atomi o gruppi atomici monovalenti *diversi*, che designeremo con 1, 2, 3, 4.

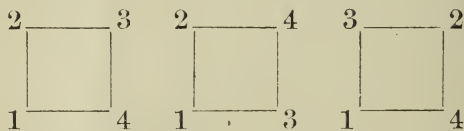
$$\begin{array}{ccc} & 1 & \\ & | & \\ 4 - & C & - 2 \\ & | & \\ & 3 & \end{array}$$

Per rappresentare un tale composto si è presentata anzitutto la formula di struttura che si ottiene nel piano, ponendo l'atomo di carbonio al centro di un quadrato di cui 1, 2, 3, 4 occupino i vertici.

Discutiamo questa rappresentazione confrontandola coi fatti che in essa voglionsi figurare.

Si possono fare due ipotesi:

1ª la natura del composto non dipende dalla distribuzione geometrica degli atomi o gruppi 1, 2, 3, 4 nella molecola; in tal caso le varie formule che si ottengono permutando 1, 2, 3, 4 corrispondono ad un *composto unico;*

2ª la natura del composto dipende non soltanto dalla qualità dei componenti 1, 2, 3, 4, ma altresì dalla loro distribuzione nella molecola; allora si possono avere tanti composti diversi quante sono le figure geometricamente disuguali che si ottengono dalle permutazioni di 1, 2, 3, 4. Queste figure

sono *tre,* corrispondenti ai tre modi diversi di separare in coppie i quattro elementi 1, 2, 3, 4, e non vi è nessun carattere geometrico che serva a distinguerne due dalla rimanente. Perciò, nell'ipotesi fatta, si debbono avere *tre composti diversi* corrispondenti alle tre figure suddette.

Ora i fatti non si conciliano con nessuna delle due ipotesi esaminate. Quando un atomo di carbonio è circondato da quattro gruppi atomici monovalenti, si presentano in

generale due composti *isomeri*, aventi la proprietà di far ruotare il piano di polarizzazione della luce, uno *destrogiro* l'altro *levogiro*.

Pertanto la rappresentazione fornita dalla formula piana non è adeguata alle differenze reali che pretende di rispecchiare, poichè ammettendo codesta formula non si vede la ragione per cui i composti effettivamente esistenti debbano esser due invece di tre.

Si potrebbe a priori supporre l'esistenza di un terzo composto otticamente inattivo; ma, oltre alla difficoltà di spiegarne la mancata produzione, resterebbe ancora inesplicabile l'ufficio asimmetrico di una coppia di formule rispetto alla terza formula.

Si è indotti quindi a cercare un altro modo di rappresentazione; e si presenta naturale l'idea di ricorrere ad una figura spaziale. Effettivamente se si colloca C al centro d'un tetraedro regolare di cui 1, 2, 3, 4 occupino i vertici, si possono formare *due e due soli tetraedri geometricamente distinti* per il verso elicoidale secondo cui si succedono i quattro elementi 1, 2, 3, 4.

Perciò il modello stereochimico si mostra qui adeguato ai fatti che con esso si vogliono rappresentare.

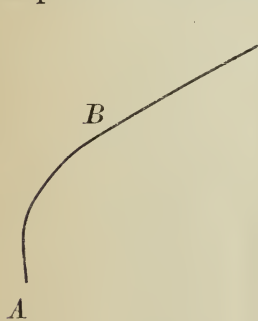
E a conferma di ciò si possono aggiungere altri casi.

Se due degli elementi 1, 2, 3, 4 sono uguali ($1 \equiv 2$), nel piano non si avrebbero più tre quadrati geometricamente distinti (1 2 3 4, 1 3 2 4, 1 2 4 3) ma due soli (1 1 3 4, 1 3 1 4); invece i due tetraedri di verso opposto si riducono ad uno solo, di cui non si distingue più il verso. Ebbene, in questo caso, non si hanno più due composti ma uno solo, otticamente inattivo!

Se, passando a casi più complicati, si considerano composti dove, come nell'acido tartarico, entrano due atomi di carbonio asimetrici, la rappresentazione spaziale ci presenta due tetraedri 1 2 3 4, 1 2 3 4, e a seconda dei versi di questi si hanno *tre* casi (due tetraedri destrogiri o levogiri, uno di un verso e l'altro di verso opposto); ebbene vi sono qui in fatto *tre* specie di composti, uno destrogiro, uno levogiro ed uno otticamente inattivo (una quarta varietà, l'acido racemico, fu riconosciuta da Pasteur come una mescolanza di due isomeri otticamente attivi, separabili per es. mediante una coltura appropriata di microrganismi).

Non è il caso di proseguire qui nell'esame delle formule stereochimiche, e di chiedersi fino a che punto esse porgano una rappresentazione adeguata delle differenze fra i composti del carbonio. Basti avere riconosciuto l'uso che i chimici hanno fatto del principio di ragion sufficiente, per giustificare la sostituzione del modello solido alla formula di struttura nel piano. Essi hanno proceduto qui come i Meccanici per riguardo alle questioni di Statica sopra ricordate, ma con una differenza istruttiva: nel caso della Statica la rappresentazione vettoriale delle forze si è dimostrata adeguata alla realtà e perciò è stato possibile di considerare l'applicazione del principio di ragion sufficiente come una deduzione sintetica a priori; invece per le formule chimiche è avvenuto l'opposto e quindi il principio di ragion sufficiente è apparso, nella sua vera luce, come una *condizione per la costruzione dei modelli.* E si deve aggiungere che altri motivi spiegano pure il diverso orientamento psicologico dei Chimici: l'evidente artificio che è nella costruzione dei modelli chimici, unitamente allo spirito filosofico dei tempi, doveva impedire a questi scienziati di dimenticare quanto vi è di arbitrario nelle nostre rappresentazioni, per scorgere in esse una necessità metafisica.

6. Principio d'inerzia.

Ritorniamo ai principii della Meccanica per esaminare dal punto di vista della ragion sufficiente il postulato d'inerzia.

Si abbia un punto materiale P il quale venga fatto muovere coll'impiego di una forza opportuna lungo un tratto di linea AB, e suppongasi che precisamente nell'estremo B cessi di agire la forza suddetta; il postulato d'inerzia afferma:

1) che il punto P si muoverà sulla retta tangente in B alla linea sopra considerata;

2) che il moto sarà uniforme cioè P conserverà in ogni istante la velocità che aveva acquisita in B.

Ora la prima affermazione si vuol giustificare aprioristicamente in base alla riflessione che la traiettoria del punto B

non può cambiare quando si faccia rotare la curva AB attorno alla tangente in B, poichè la direzione del movimento nell'atto in cui la forza cessa di agire viene concepita come l'unica causa del moto successivo.

La seconda affermazione si giustifica dicendo che ogni variazione di velocità è effetto di una forza, e perciò, in mancanza di questa, manca la ragion sufficiente di un cambiamento.

Tali sono gli argomenti coi quali si pretende dimostrare il principio d'inerzia come un principio sintetico a priori, cioè come un'anticipazione dell'esperienza, che avrebbe la sua radice nella ragion sufficiente. In realtà codesti argomenti non provano nulla, L'esperienza potrebbe in fatto contraddirli; se la traiettoria descritta dal punto P non fosse una linea retta, noi saremmo tratti semplicemente ad ammettere che il moto di P non dipende soltanto dalla direzione di esso nel punto iniziale B, ma anche dalla forma della curva anteriormente descritta; se il moto di P in un campo dove non agiscono forze, non fosse uniforme, si dovrebbe modificare il concetto che il dato fisico definito staticamente come « forza » corrisponda ad una variazione di velocità, oppure ammettere anche qui una influenza del moto anteriore sopra la sua continuazione.

È noto, per l'esame storico della questione fatto dal Mach, che il principio d'inerzia fu ottenuto da Galileo come caso limite dallo studio della caduta dei gravi sul piano inclinato, sicchè si presenta come resultato di una estrapolazione dell'esperienza. Ma non fa meraviglia che nella successiva costruzione razionale della Meccanica, l'inerzia possa essere apparsa come una proprietà necessaria; bensì il sentimento di necessità che vi si collega significa soltanto che codesta proprietà è contenuta nella rappresentazione concettuale adottata, dove si assume la continuazione del moto determinata dal moto immediatamente precedente e dai dati di una possibile esperienza statica relativa allo stesso istante precedente. Negare l'inerzia o qualche altro principio fondamentale della Meccanica, (come si è indotti a farlo nella recente dinamica elettronica), importa il rifiuto di codesta rappresentazione concettuale e in ispecie della sopra enunciata ipotesi di non eredità che vi si connette. Infatti, l'impossibilità di mantenere la rappresentazione suddetta risulta allora da ciò:

casi fisicamente distinti, dove si hanno, per esempio, curve AB diverse tangenti nell'estremo B, verrebbero concepiti come uguali, facendo astrazione da una differenza che — nell'ipotesi del nostro discorso — sarebbe invece essenziale per la previsione.

7. Conservazione dell'energia.

Nell'esempio precedente si può mettere in vista il conservarsi della velocità e della direzione, e scorgere così un rapporto particolare di uguaglianza tra causa ed effetto (senso più speciale del principio di ragion sufficiente).

Analoghe circostanze si ravvisano nel principio di conservazione dell'energia. Anzi c'è qui di notevole il fatto che la scoperta proceda esplicitamente dall'idea aprioristica, sia perchè essa estende il principio della forza viva di Leibniz (cui questi giunse — correggendo Descartes — mercè l'uso della ragion sufficiente), sia perchè il Mayer stesso pose a base della sua ricerca il postulato « causa aequat effectum ».

Tentiamo di chiarire il significato e il valore di codesto postulato.

Abbiamo già rilevato che cosa importi in genere per la costruzione delle teorie scientifiche la conoscenza di invarianti reali. Da ciò lo stimolo a cercare nelle successioni fenomeniche qualche dato quantitativo che rimanga costante e che possa assumersi come « vera misura » della causa e dell'effetto. Una vaga intuizione ci avverte che tale ricerca riuscirà ad un resultato almeno quando si tratti di trasformazioni reversibili; ed è questo il caso in cui si scorge il tipo più perfetto della causalità: un effetto capace di rigenerare la causa.

Ma è perfettamente illusorio credere che codesta idea relativa all'esistenza di un'invariante costituisca una conoscenza sintetica a priori, finchè non sia detto *che cosa* rimane costante nel fenomeno. Difatti la pura asserzione generica che l'invariante esiste si converte in un giudizio analitico, tostochè si esplichi con un'ipotesi il concetto più semplice che possiamo formarci della trasformazione reversibile. E l'argomento può svilupparsi in forma chiara come segue:

Si abbia una trasformazione reversibile in cui x ed y misurino rispettivamente i dati quantitativi della causa e

dell'effetto; si suppone dunque che ad ogni valore di x corrisponda, nella trasformazione, un valore determinato di y, e viceversa, cioè che si abbia fra x ed y una corrispondenza biunivoca. Ammettiamo di più che, essendo la trasformazione reversibile, l'operazione per cui si passa da x ad y sia uguale a quella che fa passare da y ad x. In tale ipotesi si ha fra x ed y una *corrispondenza biunivoca simmetrica:*

$$y = \varphi(x), \quad x = \varphi(y).$$

Orbene, ogni qualvolta è data fra due variabili x, y, una corrispondenza biunivoca simmetrica, è sempre possibile costruire una funzione (invariante) $f(x)$ la quale non cambi per la sostituzione di y ad x

$$f(x) = f(y).$$

Questo teorema, che non ci tratteremo qui a dimostrare, porge anzi la condizione necessaria e sufficiente perchè una corrispondenza funzionale fra x, y sia simmetrica.

Secondo il punto di vista indicato, l'applicazione fatta del principio di ragion sufficiente alla conservazione dell'energia, corrisponde a quello che abbiamo considerato come senso più speciale del principio leibniziano.

Il senso più generale, che comprende le leggi di simmetria precedenti, si ravvisa invece nella classe di esempii che segue.

8. Il principio di ragion sufficiente nella Fisico-matematica.

Ci proponiamo di riconoscere quale ufficio abbia il principio della ragion sufficiente per riguardo ai problemi generali della Meccanica e della Fisico-matematica.

Riferendoci per esempio alla propagazione del calore, vediamo qui espressa la legge generale di propagazione dalla nota equazione alle derivate parziali di Fourier; alla quale si aggiungono le equazioni ai limiti, corrispondenti alle circostanze che si concepiscono come determinanti il fenomeno. Il principio di ragion sufficiente esige che il sistema totale delle equazioni considerate, ove si dieno le costanti iniziali, ammetta soluzioni univoche (la simmetria di un processo

determinato da dati simmetrici rientra qui come corollario). Ma nessun fisico matematico considera la suddetta univocità come vera a priori; lo sviluppo della teoria comincia anzi col porgerne la dimostrazione matematica, la quale significa che la rappresentazione adottata soddisfa intanto ad una prima condizione perchè possa fornire un sistema ben definito di previsioni sperimentali: *i dati concettuali che nella rappresentazione vengono assunti come cause, determinano gli elementi concepiti come effetti, in virtù delle relazioni poste.*

Se così non fosse saremmo avvertiti che la previsione domandata esige almeno di osservare altri dati, o di tener conto di altri rapporti fisici, da cui illegittimamente si sarebbe fatto astrazione, ritenendoli irrilevanti per la previsione stessa.

9. Il principio di ragion sufficiente negli sviluppi delle Matematiche.

In tutti gli esempii che precedono si trattava di rappresentazione concettuale d'una realtà, fisicamente data. Ma anche nello sviluppo logico del pensiero, e segnatamente in certe costruzioni matematiche, ci occorre d'invocare un principio, che ci appare tosto connesso a quello analizzato innanzi, poichè si designa di solito col medesimo nome di ragion sufficiente.

Non dubito che qualsiasi matematico sia ricorso talvolta a considerazioni, più o meno vagamente espresse sotto la forma seguente: « l'ipotesi è assurda perchè non contiene la ragion sufficiente di una certa differenza ». Intuizione vaga che precede una dimostrazione precisa d'indole particolare, dove non si conserva più nulla della forma in cui l'argomento si è presentato la prima volta.

A questo proposito mi sia consentito un ricordo personale. Un giorno mi trovavo presente ad una seduta accademica; un collega venerando enunciava una proprietà interessante delle coniche che trovansi fra loro in una certa relazione, per cui diconsi *coniugate*. Ad un certo punto il collega affermò che, fra le coniche tangenti in due punti ad una data, ve ne sono in generale *due* coniugate a questa, ed invece ne esistono *quattro* se i due punti di contatto sono gli estremi di un diametro.

Udendo l'enunciato io pensai tosto che un qualche errore di calcolo doveva infirmarlo, giacchè, trattandosi di una proprietà d'ordine proiettivo (rispetto a cui tutti i fasci di coniche bitangenti debbono ritenersi come *uguali*), non vi è ragion sufficiente per distinguere i due casi sopra nominati.

In quel momento mi si disegnava alla mente il significato generale del principio logico che invochiamo talvolta, come un'intuizione vaga, nella costruzione matematica. Si tratta di un modo rapido di controllare la possibilità di un resultato che, fino a quando non sia sviluppata o verificata la catena delle deduzioni, si presenta a noi come una semplice ipotesi.

Questo criterio di controllo può essere espresso in generale come segue:

Si abbiano degli enti $a'a''$..., i quali, per riguardo ad un concetto astratto a, vengano ritenuti come uguali

$$(a = \varphi(a') = \varphi(a'')....).$$

Se in un qualsiasi modo si dimostri per a' una proprietà che debba dipendere univocamente da a, questa apparterrà ugualmente ad a''....; in simboli: se

$$f(a') = F(a), \quad f(a') = f(a'')....$$

Enunciato sotto questa forma, il principio di ragion sufficiente esprime soltanto la proprietà fondamentale dell'astrazione logica o dell'uguaglianza, la sostituibilità dell'uguale all'uguale in rapporto al concetto astratto corrispondente. Ma, nella sua semplicità, il principio anzidetto reca grandi servigi al matematico, così nella sua forma diretta come nell'inversa; e basterà citare alcuni esempii in proposito:

1) Se una proprietà geometrica è invariante rispetto ad un gruppo di trasformazioni, le varie figure trasformate di una data debbono essere uguali rispetto ad essa; comunque nella dimostrazione della proprietà in discorso si sia fatto uso di altre proprietà (non invarianti) che appartengano in proprio ad una singola figura, il risultato non può dipendere da queste differenze. Qui rientra l'esempio sopra citato, dove si ha a fare con proprietà proiettive ottenute mediante ragionamenti

d' indole metrica. In generale il criterio 1) serve a controllare efficacemente le deduzioni e le ipotesi nei varii rami della Geometria relativa ad un gruppo fondamentale di trasformazioni (Geometria proiettiva, Geometria delle trasformazioni birazionali, Analysis situs ecc.). Esso vale anche come principio induttivo di generalizzazione e di scoperta (metodo delle proiezioni di Poncelet ecc.). Sotto questo aspetto rientra nel principio metodologico seguente:

2) Se una proprietà di certi enti dipende soltanto da alcuni loro caratteri, essa può venire determinata particolarizzando comunque gli altri elementi che caratterizzano gli enti in discorso.

Un bell' esempio è offerto dalla nota dimostrazione del teorema di Bézout, basata sul principio di continuità:

Il numero delle intersezioni di due curve algebriche piane, d' ordine m, n, dipende soltanto da questi ordini (continuità); perciò esso può determinarsi particolarizzando comunque le due curve, e per es. facendole degenerare rispettivamente in un gruppo di m rette ed in un gruppo di n rette; *non vi è ragione* perchè il numero in questione cambi. Si deduce che il detto numero è uguale al prodotto mn.

Nella sua forma inversa il principio di ragion sufficiente si può esprimere come segue:

Se una proprierà di a', non è comune ad a''..., è impossibile dimostrarla utilizzando soltanto delle relazioni a cui soddisfa il concetto astratto a (e quindi ugualmente a', a''....).

In altre parole più vicine all' espressione ordinaria: Se una proprietà di un ente (a') dipende essenzialmente da altre (distinguenti a' da a''...), non è possibile dedurla senza tener conto di queste.

Così il matematico, che tenta la soluzione di un problema o la dimostrazione di un teorema, è spesso indotto a riflettere se la causa di un insuccesso non stia appunto nel non aver fatto intervenire qualche dato dell' ipotesi.

10. Confronti e conclusioni.

Paragoniamo il significato e l' ufficio del principio di ragion sufficiente nella costruzione fisica e nella matematica.

In ambedue i casi abbiamo a fare con un' *astrazione*, ma questa parola viene presa secondo due significati diversi:

1) astrazione in senso psicologico da sensazioni effettive o possibili, che sostituisce ad una serie di dati reali un concetto ben definito;

2) astrazione in senso puramente logico, cioè operazione per cui diversi concetti vengono spogliati di certe note differenziali e subordinati ad un concetto superiore (termine generico di una classe di cui quelli sono gli elementi ritenuti come « uguali »).

Si possono ravvicinare i due punti di vista osservando che il ragionamento logico, proiettato fuori di noi, costituisce un processo fenomenico (psicologico) che osserviamo svolgersi nella mente altrui. Allora, se vogliamo ricostruire o rappresentare codesto processo, ci troveremo di fronte ad un determinismo in cui le « premesse » del ragionamento appaiono come cause determinanti le « conseguenze ». Sotto questo aspetto la legge suindicata dell' astrazione logica rientra nel principio di ragion sufficiente, riguardato come condizione per la nostra rappresentazione logica di un processo psicologico. Bisogna che « le conseguenze risultino univocamente dalle premesse mediante operazioni logiche (deduzioni), e ciò comunque si sostituisce un insieme di premesse con un altro ritenuto equivalente ».

L' inversione inavvertita della considerazione precedente può spiegare ai nostri occhi che il principio di ragion sufficiente sia stato ritenuto come un *principio logico*, dal Leibniz e dal Wolff.

Ma da quanto precede risulta che quel principio, inteso nel suo più ampio significato per riguardo alla realtà esterna, ha il suo posto non nella Logica (presa in senso formale) ma nella *teoria della conoscenza*, in quanto esprime le *condizioni di legittimità dell'astrazione costruttrice dei concetti* conducente a rappresentare il reale in quel modo che costituisce la *conoscenza teorica*.

Si spiega infine che lo stesso principio abbia potuto apparire sotto diversi punti di vista come un principio metafisico, o come un' anticipazione necessaria ed effettiva dell' esperienza, quando la rappresentazione del reale veniva pensata come un' intuizione immediata delle cose, o ad ogni

modo come univocamente determinata dai fenomeni, in rapporto alle leggi strutturali della psiche.

A questo riguardo il successo troppo pieno della costruzione meccanica può avere impedito di guadagnare più presto la veduta del moderno positivismo critico che ravvisa nelle costruzioni scientifiche un prodotto psicologico, in parte dovuto alla volontà costruttrice del soggetto.

Bologna, Università.